# MŰHELY

*Bozsonyi Károly*

## INVARIANCIAELVEK A SZOCIOLÓGIAELMÉLETBEN ÉS AZ EMPIRIKUS KUTATÁSBAN

### Matematikai-szociológiai értekezés*

*„Addig nincs bizonyosság, amíg az ember nem alkalmazhatja valamelyik matematikai tudományt, vagy valamit, ami a matematikai tudományokkal összefügg."*

*(Leonardo da Vinci)*

Dolgozatomban a kontextuális elemzésben leggyakrabban alkalmazott modellek ismertetésével és az alkalmazásukkor felmerülő módszertani problémákkal foglalkozom.

Elsősorban matematikai tulajdonságaik alapján kívánom csoportosítani az alkalmazott modelleket, a szakirodalomban bevett és általam javasolt szempontok szerint.

Az új osztályozási szempont alapján bemutatok egy, a klasszikustól nagymértékben eltérő modellt, és ezt részletesen diszkutálom mind elméleti, mind empirikus tulajdonságai szerint.

## Az invariancia fogalma és elméleti jelentősége

Bizonyos transzformációkkal szemben invariánsnak nevezünk egy matematikai modellt akkor, ha a transzformáció végrehajtása után a modell struktúrája nem változik meg, így a kapott eredmények is lényegében függetlenek ezektől a transzformációktól.

A szociológiában használatos matematikai modellekkel szemben joggal fogalmazzuk meg azt a követelményt, hogy a változók kódolásában jelentkező önkény ne legyen hatással a modell alapján levont következtetéseinkre. Azaz a változók átkódolása ne vonhassa maga után a következtetéseink megváltozását. Szeretnénk, ha a modelljeink kódolás-érzéketlenek, vagyis az átkódolásnak megfelelő transzformációkra (a változók lehetséges értékeinek permutációcsoportjára) invariánsak lennének.

Amint azt az alábbiakban bebizonyítom, a kontextuális elemzésben használatos regressziós modellek nem invariánsak a változók átkódolását jelentő permutációcsoportra, így a belőlük levont következtetések sem lehetnek megbízhatóak, hiszen egy másik kódolással esetleg teljesen más következtetésre juthatnánk ugyanazokból az adatokból kiindulva.

Bemutatok és részletesen diszkutálok egy invariáns modellosztályt is.

## A kontextuális elemzésben alkalmazott modellek matematikai szempontú osztályozása

A kontextuális elemzésben különböző statisztikai eljárásokat alkalmaztak és alkalmaznak, mint például: többdimenziós kereszttáblák elemzése, grafikus módszerek, variancia-kovariancia elemzés, regresszióelemzés. Az invariancia értelmezése a regressziós modellek esetén végezhető el legkézenfekvőbben, ezért a továbbiakban csak ezekkel a modellekkel foglalkozom.

### *Modellek a független változóban jelentkező kontextuális hatásra* (Csoportösszetétel modell)

Mielőtt a modell formális ismertetésébe bocsátkoznánk, célszerűnek tűnik szociológiai jelentésének és jelentőségének tisztázása.

Ez a modell arra a szituációra referál, mikor a cselekvők viselkedését saját tulajdonságaikon túl egy rájuk jellemző, a modellben független változóként kezelt tulajdonság adott kontextusbeli eloszlása is befolyásolja. (A gyakorlati alkalmazások során gyakran nem áll rendelkezésre és/vagy nincs is szükség a teljes eloszlásra, hanem az adott változó mérési szintjétől függően annak első momentumát – relatív gyakoriság, várható érték – használják.) Példa lehet erre a helyzetre, ha egy iskolában a tanulók teljesítményét személyes képességeiken túl az osztályukban mutatkozó fiú–lány arány is befolyásolja. A modell általános alakja:

$$Yij = f (Xj), \qquad (1)$$

ahol az $Y_{ij}$ az Y változó értéke a j. kontextus i. egyedénél, és az aláhúzás az átlagot jelöli. Feltételezve azt, hogy az egyéni szintű összefüggés lineáris, és az adott kontextusban mindössze két csoport van, az (1) egyenlet a következő explicit alakot ölti:

$$Y_{ij} = b_l X_{ij} + b_2 (1 – X_{ij}) + e_{ij}. \qquad (2)$$

Az $e_{ij}$ a hibatag és $X_{ij}$ az egyén csoport-hovatartozását jelöli ($X_{ij}$ =1, ha a j. kontextus (osztály) i. egyede fiú, és 0, ha lány), $b_l$ és $b_2$ az egyik, illetve a másik csoport hatását fejezi ki $Y_{ij}$ -re.

Ha csak a j. csoportra számított átlagok (arányok) állnak rendelkezésre, akkor a (2) egyenlet kisebb matematikai átalakítások után a következőképpen alakul:

$$\underline{Y}_j = b_2 + (b_1 - b_2)\,\underline{X}_j + \underline{E}_j. \qquad 3)$$

A kontextuális hatást azzal veszik figyelembe, hogy $b_1$ és $b_2$ $\underline{X}_j$ -nek a függvénye:

$$\underline{Y}_j = b_2\,(\underline{X}_j) + \{b_1(\underline{X}_j) - b_2\,(\underline{X}_j)\}\,\underline{X}_j + \underline{E}_j. \qquad (4)$$

A legegyszerűbb lineáris esetben ez a függés a következő alakú lehet:

$$b_1 = c_1 + d_1\,\underline{X}_j \qquad (4a)$$
$$b_2 = c_2 + d_2\,\underline{X}_j \qquad (4b)$$

Tehát $b_1$ és $b_2$, azaz a fiúk, illetve lányok tanulmányi átlaga egyrészt saját nemüktől függ, ezt fejezi ki $c_l$ és $c_2$, másrészt a nemek arányától az osztályban, ezzel kapcsolatos a $d_1$és $d_2$.

A (4a) és (4b) egyenletek (3)-ba helyettesítésével az egyenlet algebrai átalakítása után a következő kifejezésre lehet jutni:

$$\underline{Y}_j = (d_1 - d_2)\underline{X}_j^2 + (c_l - c_2 + d_2)\underline{X}_j + c_2 + \underline{E}_j. \qquad (5)$$

A modellben szereplő paraméterekre adott különböző megszorításokkal a kontextuális hatás különböző modelljeihez lehet jutni. Mivel ez a problémakör Moksony Ferenc hivatkozott művében részletesen ki van dolgozva, ismertetésétől itt eltekintek.

Ehelyett egy, a modellek invarianciatulajdonságain nyugvó osztályozást vezetek be.

## *Invariáns és nem invariáns modellosztályok*

Vizsgáljuk meg, hogyan viselkedik az (5) egyenlettel megadott modell tiszta kontextusok (fiú-, illetve leányosztályok) esetén. Először is vegyük észre, hogy $\underline{X}_j$ 0 vagy 1 lesz attól függően, hogy a j. kontextust megadó osztály kizárólag fiúkból vagy lányokból áll-e.

Az (5) egyenlet fiúosztályok esetén ($\underline{X}_j$ =1) a következő alakra egyszerűsödik:

$\underline{Y}_j = d_1 + c_1 + \underline{E}_j$. (5a)

Azaz a tiszta fiúosztályok teljesítménye függ mind az egyéni, mind a kontextuális hatást leíró paraméterektől.

Lányosztályok esetére ($\underline{X}_j$ = 0) a következő összefüggést kapjuk:

$\underline{Y}_j = c_2 + \underline{E}_j$. (5b)

Azaz tiszta lányosztályokban nincs kontextuális hatás. Ez persze tisztán empirikus kérdés, de jó okunk van föltételezni, hogy a társadalomban vannak olyan szituációk, amikor a független változó szerinti homogén csoportok kontextualitás tekintetében ugyanúgy viselkednek. Márpedig az (5) egyenlethez rendelhető modell nem ilyen. Ráadásul, ha a fiúk és lányok kódolását felcseréljük, akkor – az előző eredménnyel homlokegyenest ellenkezőleg – a tiszta fiúosztályokból tűnik el a kontextuális hatás, és a lányosztályokban marad meg.

Ezt az invarianciaproblémát a következő modellel hidalhatjuk át. Induljunk ki most is a (3) egyenletből, és továbbra is maradjunk a lineáris közelítés mellett, a kontextuális hatást kifejező (4a) és (4b) egyenleteket azonban definiáljuk át a következő módon:

$b_1 = c_1 + d_1 \underline{X}_j$ (6a)
$b_2 = c_2 + d_2 (1 - \underline{X}_j)$. (6b)

Ezeket (3)-ba helyettesítve a következőt kapjuk:

$\underline{Y}_j = c_2 + d_2 (1 - \underline{X}_j) + \{(c_1 + d_1 \underline{X}_j) - (c_2 + d_2 (1 - \underline{X}_j))\} \underline{X}_j + \underline{E}_j$. (7)

A zárójelek fölbontása és átrendezés után a következő egyenletet kapjuk:

$\underline{Y}_j = (d_1 + d_2) \underline{X}_j^2 + (c_1 - c_2 - 2d_2) \underline{X}_j + c_2 + d_2 + \underline{E}_j$. (8)

Ezek után vizsgáljuk meg, hogy a (8) egyenlet valóban invariáns modellt határoz-e meg.

Először tekintsük a tiszta fiúosztály ($\underline{X}_1$ = 1) esetét. Ekkor (8) a következő alakra redukálódik:

$\underline{Y}_j = d_1 + c_1 + \underline{E}_j$. (8a)
Ez megegyezik (5a)-val.

Lássuk, mi a helyzet tiszta leányosztály esetén:

$\underline{Y}_j = d_2 + c_2 + \underline{E}_j$ (8b)

Ez eltér (5b)-től, hiszen itt homogén leányosztályok esetében is föllépett a kontextuális paraméter. (8a) és (8b) összevetése mutatja, hogy csak a paraméterek numerikus értékeiben térnek el egymástól, struktúrájukban nem, tehát a (8) egyenlettel megadott modell invariáns az átkódolást jelentő transzformációra. Nézzük meg, mit jelent ez formálisan. Az eddigiektől eltérően, a fiúkat kódoljuk 0-nak, a lányokat 1-nek.

Ez formálisan a következő transzformációval adható meg:

$$\underline{X}'_{ij} = 1 - X_{ij} \text{ és } \underline{X}'_j = 1 - \underline{X}_j. \qquad (9)$$

Erre a transzformációra a (8) egyenlet a következő alakot ölti:

$$\underline{Y}'_j = (d_1 + d_2)\underline{X}_j^2 + (c_2 - c_1 - 2d_1)\underline{X}_j + c_1 + d_1 + \underline{E}_j. \qquad (10)$$

Amint látható, az átkódolás hatására csak annyi történt, hogy $d_1$ felcserélődik a $d_2$-vel, a $c_1$ pedig a $c_2$-vel. Mindez teljesen ésszerű, hiszen most a kettes indexű paraméterek vonatkoznak a fiúkra és az egyes indexűek a lányokra. Ha ugyanezt a transzformációt (átkódolást) végrehajtjuk a nem invariáns (5) modellen, a következő eredményt kapjuk:

$$\underline{Y}'_j = (d_1 - d_2)\underline{X}_j^2 + (c_2 - c_1 + d_2 - 2d_1)\,\underline{X}_j + c_1 + d_1 + \underline{E}_j. \qquad (11)$$

Amint látható, a (11) egyenlet nagyon különbözik az (5)-től, azaz a modell nem invariáns, és érzékeny a kódolásra.

Mielőtt az invariáns modell részletes diszkussziójába kezdenénk, a következő táblázatban összehasonlítjuk az (5) és (8), valamint a transzformált (10) és (11) modellek együtthatóit.

| | $\underline{X}_j^2$ együtthatója | $\underline{X}_j$ együtthatója | konstans |
|---|---|---|---|
| (5) modell | $d_1 - d_2$ | $c_1 - c_2 + d_2$ | $c_2$ |
| (11) transzformált modell | $d_1 - d_2$ | $c_2 - c_1 + d_2 - 2\,d_1$ | $c_1 + d_1$ |
| (8) modell | $d_1 + d_2$ | $c_1 - c_2 - 2\,d_2$ | $c_2 + d_2$ |
| (10) transzformált modell | $d_2 + d_1$ | $c_2 - c_1 - 2\,d_1$ | $c_1 + d_1$ |

Tekintettel arra, hogy a mérések során (ha csak az aggregált adatok állnak rendelkezésre) egy parabolát kapunk, a parabola pedig egy háromparaméteres görbe, általános esetben nem határozható meg a modellnek mind a négy szabad paramétere, ugyanis a rendelkezésünkre álló egyenletrendszer alulhatározott.

## Az invariáns modell részletes diszkussziója

Alulhatározott egyenletrendszerek megoldása a paraméterekre kirótt megszorítások bevezetésével válik lehetővé. Annak függvényében, hogy mely paraméterekre milyen megszorításokat alkalmazunk, a kontextuális hatás különböző modelljeit kapjuk.

A diszkusszió során kapott eredményeket mindig összevetjük majd az (5) modell diszkussziója során kapott eredményekkel.

### *a) Tiszta egyéni hatás*

A magyarázott változó csak az egyének személyes tulajdonságaitól függ, nincs kontextuális hatás. Ennek a modellnek a következő paraméterválasztás felel meg: $d_1 = d_2 = 0$ és $c_1 \neq c_2$. Aggregált adatok esetén a következő regressziós egyenletet kapjuk:

$$\underline{Y}_j = (c_1 - c_2)\,\underline{X}_j + c_2 + \underline{E}_j. \tag{12}$$

A modellben szereplő összes paraméter az aggregált adatokból is meghatározható. Ez az eredmény megegyezik az (5) modellből származóval.

### *b ) Tiszta kontextuális hatás*

A magyarázott változó kizárólag a kontextustól függ, az egyének személyes tulajdonságaitól nem, ennek a következő paraméter-specifikáció felel meg:

$d_1 = d_2 = d \neq 0$, továbbá $c_1 = c_2 = c$.

Ekkor a (8) modellből a következőket kapjuk:

$$\underline{Y}_j = 2d\underline{X}_j^2 - 2d\,\underline{X}_j + c + d + \underline{E}_j. \tag{13}$$

Most az (5) modelltől merőben különböző eredményt kaptunk, hiszen ott a tiszta kontextuális hatást leíró egyenlet is lineáris, ezért a tiszta egyéni és a tiszta kontextuális hatás nem különböztethető meg. Itt viszont a tiszta kontextuális hatást leíró egyenlet másodfokú, így megkülönböztethető a tiszta egyéni hatás esetétől. Mivel a (13) egyenletben szereplő paraméterek száma kettő, és a parabola három paramétert határoz meg, a modell összes paramétere meghatározható az aggregált adatokból is. Formálisan ugyan eggyel több egyenletünk van, mint paraméterünk, ezért megtörténhetne, hogy az egyenletrendszer túlhatározottsága miatt nincs megoldás, ám esetünkben ez nem áll fönn, hiszen az egyik egyenlet lineárisan nem független a többitől.

### *c) Egyéni és kontextuális hatás összegződése*

Ebben a modellben a különböző kontextusba tartozó egyének viselkedése egyaránt függ az egyes egyének tulajdonságaitól és a kontextustól, azonban az egyéni és a kontextuális hatások között nincs interakció. Azaz a kontextus egyformán befolyásolja mindkét csoport tagjait. A megfelelő paraméterezés ebben az esetben a következő lesz:

$c_1 \neq c_2$ és $d_1 = d_2 = d$ ahol $d \neq 0$.

Ezekkel a megszorításokkal a (8) modellből a következő egyenletet kapjuk:

$$\underline{Y}_j = 2d\underline{X}_j^2 + (c_1 - c_2 - 2d)\, \underline{X}_j + c_2 + d + \underline{E}_j. \quad (14)$$

Ebből az egyenletből is meghatározható az összes paraméter, és alakját tekintve azonos a (13) modellel. Az aggregált adatok esetén ez a kétféle modell empirikusan mégis megkülönböztethető egymástól. Ugyanis a (13) modellben az empirikus paraméterek (a parabola mérhető együtthatói) nem függetlenek egymástól.

Az egyértelműség érdekében a parabola normálegyenletében vezessük be a következő jelöléseket: $y = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, ahol $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ a parabola mérhető együtthatói. A (13) egyenletben csak két független paraméter van, a harmadik a következő megszorítás alá esik: $\alpha = -\beta$ – ennek teljesülése pedig empirikusan eldönthető. Problémát okozhatna, ha ez az összefüggés a (14) egyenletben is fönnállhatna. Azonban rövid számolás után meggyőződhetünk arról, hogy az $\alpha = -\beta$ összefüggés csak akkor teljesülhet, ha $c_1 = c_2$ igaz, viszont ez per definitionem a (13) modellt adja. Tehát a (13) és (14) modellek aggregált adatok esetén is megkülönböztethetőek az $\alpha$ és $\beta$ paraméterek megmérésével. Az (5) modell ebben a specifikációban ismét lineáris egyenletre vezetett, ezért még a kontextuális hatást nélkülöző esettől sem volt empirikusan elkülöníthető csoportosított adatok segítségével.

A következő táblázatban összefoglaljuk, hogy az eddig tárgyalt három modell hogyan különböztethető meg egymástól empirikusan a parabola főegyütthatójára kirótt megszorítások tesztelésével, továbbá, hogy a modell elméleti paraméterei hogyan becsülhetők meg a mérhető empirikus paraméterekből.

| | paraméter-specifikáció | empirikus paraméterek | paraméter-becslések |
|---|---|---|---|
| Tiszta egyéni hatás:<br>$\underline{Y}_j = (c_1 - c_2)\ \underline{X}_j + c2 + \underline{E}_j$ | $d_1 = d_2 = 0$<br>$c_1 \neq c_2$ | $\alpha = 0$,<br>$\beta$ és $\gamma$ tetszőleges | $c_2 = \gamma$<br>$c_1 = \beta + \gamma$ |
| Tiszta kontextuális hatás:<br>$\underline{Y}_j = 2d\underline{X}_j^2 - 2d\underline{X}_j + c + d + \underline{E}_j$ | $d_1 = d_2 = d \neq 0$<br>$c_1 = c_2 = c$ | $\alpha = -\beta$<br>$\gamma$ tetszőleges | $d = \alpha/2$<br>$c = (2\gamma - \alpha)/2$ |
| Egyéni és kontextuális hatás összegződése:<br>$\underline{Y}_j = 2d\underline{X}_j^{\,2} + (c_1 - c_2 - 2d)\ \underline{X}_j + c_2 + d + \underline{E}_j$ | $d_1 = d_2 = d \neq 0$<br>$c_1 \neq c_2$ | $\alpha \neq -\beta$<br>$\gamma$ tetszőleges | $d = \alpha/2$<br>$c_2 = (2\gamma - \alpha)/2$<br>$c_1 = (2\beta + 2\gamma - \alpha)/2$ |

### *d) Egyéni és kontextuális hatás kereszteződése*

Mind az egyéni, mind a kontextuális hatások befolyásolják az egyén viselkedését, ráadásul ezek között a hatások között interakció van. Azaz a kontextus különbözőképpen befolyásolja a különböző csoportok tagjait. Ezt a jelenséget differenciális érzékenységnek nevezi a szakirodalom. A megfelelő paraméterspecifikáció a következő lesz:

$d_1 \neq d_2 \neq 0$ és $c_1 \neq c_2$

Ebben a legáltalánosabb esetben a (8) modell nem egyszerűsödik. A négy paraméter meghatározása a három empirikus paraméter segítségével nem lehetséges. Ez az eredmény megegyezik az (5) modell viselkedésével, hasonló paraméterválasztás mellett.

Összegezve megállapíthatjuk, hogy modellünk – amennyiben nincs a kontextuális hatásban differenciális érzékenység – még aggregált adatok esetén is egyértelműen megkülönbözteti a különböző hatástípusokat, és módot ad az összes szereplő paraméter meghatározására. (Az egyén szintű viselkedést leíró „b” paramétereket is beleértve.) Keresztező kontextuális hatás esetén a (8) modell az (5) modellhez hasonlóan csoportosított adatok alapján nem specifikálható.

Ezzel befejeztem a független változóban jelentkező kontextuális hatás leírására alkalmazott modellek jelentős részének elemzését, a továbbiakban áttérek a függő változóban értelmezett kontextuális hatás lehetséges modelljeinek tárgyalására.

## Modellek a függő változóban jelentkező kontextuális hatásra

(Az állapot szétterjedésének modellje)

Ebben a modelltípusban a cselekvők viselkedését személyes tulajdonságaikon túl nem az adott kontextusbeli arányuk befolyásolja, hanem az, hogy mennyien végzik már az adott cselekvést a kontextusban. Azaz, hogy a cselekvés mennyire elterjedt a cselekvők környezetében. Számtalan esetben gondolhatjuk, hogy ez a modell releváns, hiszen a társadalomban gyakori, hogy az emberek cselekvéseiket a környezetükben már elterjedt viselkedéshez igazítják.

Ez a modelltípus az előzőhöz képest merőben új problémát is felvet. Nevezetesen – amíg a csoportösszetétel-modellekben a magyarázott változó általában nem hat vissza a kontextuális változóra (a tanulmányi eredmény megváltozása nem befolyásolja a fiú–lány arányt), addig – a most tárgyalt modellekben a magyarázott változó megváltozása maga után vonhatja a kontextuális változó módosulását. (Például ha egy osztály tanulmányi eredményét nem a fiú–lány aránnyal, hanem a jó tanulók–rossz tanulók arányával akarjuk magyarázni, akkor a magyarázott változó megváltozása nyilvánvalóan módosítja a kontextuális változót is.) E visszahatás miatt ennek a modellosztálynak az analitikus tárgyalása sokkal szerényebb keretek között lehetséges, mint a csoportösszetétel-modellek esetén.

A modell általános alakja:

$$Y_{ij} = f(\underline{Y}_j). \qquad (15)$$

A szakirodalomban a visszahatásból származó dinamikát a magyarázott változó differenciálásával veszik figyelembe, ezzel azonban rendkívül leszűkül a modell alkalmazhatóságának köre, hiszen értelemszerűen fel kell tételezni a függő változó idő szerinti differenciálhatóságát, ez pedig még a legmagasabb mérési szintű változókra sem teljesül szükségszerűen.

A differenciális összefüggés a következő alakú:

$$dY_{ij} = f(\underline{Y}_j)\, dt. \qquad (16)$$

A cselekvő viselkedésének megváltozása egy rövid dt időintervallum alatt arányos a cselekvést már folytatók számának valamilyen függvényével. A (16) differenciálegyenlet látszólag szeparábilis, azonban explicit integrálással általában nem oldható meg, ugyanis $\underline{Y}_j$ maga is $Y_{ij}$ függvénye. Ezért az egyik lehetőség a megoldására, hogy itt is áttérünk az aggregált adatok szintjére, ekkor a következőt kapjuk:

$$d/dt(\underline{Y}_j) = f(\underline{Y}_j). \qquad (17)$$

A (17) már szeparábilis differenciálegyenlet, tehát a változók szétválasztása utáni integrálással megoldható. Ennek eredményeképp megkapható $\underline{Y}_j(t)$ explicit időfüggése, a kontextuális és egyéni hatások azonban szétválaszthatatlanná válnak.

Másik lehetséges mód (16) megoldására, ha $\underline{Y}_j$ függését $Y_{ij}$-től explicitté tesszük. Ekkor egy $n_j$ (a j. kontextusban található egyedek száma) darab egyenletből álló csatolt differenciálegyenlet-rendszert kapunk, amely formálisan a következőképp adható meg:

$$d/dt\,(Y_{ij}) = f\,(Y_{lj}, ..., Y_{njj}) \quad (i = 1... n_j). \tag{18}$$

Ami a probléma bonyolultságát illeti, gondoljuk meg, hogy egy húsz fős osztály esetén ez a módszer húsz darab egyenként húszváltozós differenciálegyenlet szimultán megoldását jelentené, ami még számítógéppel sem mindig lehetséges.

Eddigi fejtegetéseinket összefoglalva megállapíthatjuk, hogy ennek a modelltípusnak a megoldása korántsem olyan problémamentes, mint a csoportösszetétel-modelleké, ami azért is szomorú, mert valószínűleg az utóbb tárgyalt cselekvéselterjedési modelleknek vannak érdekesebb és fontosabb szociológiai alkalmazási lehetőségei.

## Összefoglalás

Dolgozatomban matematikai jellemzőik alapján osztályoztam és jellemeztem a kontextuális elemzés legelterjedtebb módszereit. A csoportösszetétel-modellek esetére bevezettem egy új, a modellek invariancia-tulajdonságain nyugvó osztályozási szempontot. Majd ennek alapján definiáltam egy alternatív modellt. Ez – összehasonlítva a klasszikus megoldással – előnyös elméleti (érzéketlen a kódolásra) és empirikus (a differenciális érzékenységet nélkülöző modellek aggregált adatok esetén is teljesen specifikálhatóak) tulajdonságokkal rendelkezik.

**Felhasznált irodalom**

Bertalan László (szerk.) 1980. Az ökológiai tévkövetkeztetésről. *Szociológia,* 3–4.

– 1987. *Magyarázat, megértés, előrejelzés.* Budapest: Tömegkommunikációs Kutatóközpont

Boudon, R. 1987. *Az ökológiai elemzés és kontextuális elemzés kapcsolata*. In.: Bertalan (szerk.) 1987.

Coleman, J. S. 1970. Relational Analysis: The Study of Social Organizations with Survey Methods. In.: Etzioni, A. (Ed.) A Sociological on Complex Organizations. London

Davis, J. A.–J. L. Spaeth–C. Houson 1987. *Kontextuális hatások elemzése*. In: Bertalan (szerk.) 1987.

Moksony Ferenc 1985. *A kontextuális elemzés.* (Kandidátusi értekezés) Budapest

Schelling, Th. C. 1987. *A kritikus nagyságú tömeg elvén nyugvó modellek diagrammatikus ábrázolása.* In.: Bertalan (szerk.) 1987.